応用物理　前期中間試験　H.15.6

クラス　　番号　　名前

※　**両面印刷。途中の計算を消さないこと。解答欄に答のみ記入されている場合は、減点する場合がある。**

1．次の微分方程式を解け。ただし、未定の定数をC_1, C_2としてよい。

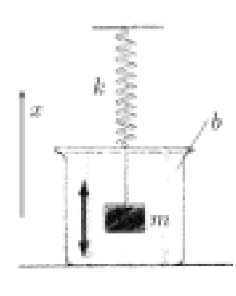
（1）$\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dx}{dt} + 2x = 0$

（2）$\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dx}{dt} + 2x = 5\sin t$

2．質量１Kgの物体を粘性のある液体中にいれ、ばね定数が2[N/m]のばねの一端にとりつけて振動させた(図１）。液体中で物体は、速度に比例する抵抗力 $-b\dfrac{dx}{dt}$ を受ける。物体の変移をxとして、以下の問に答えよ（MKS単位を用いること）。

（1）この物体の変位に対する運動方程式をかけ。

図1



（２）粘性の高い液体を用いて、粘性抵抗値を$b=2.5$[Kg/s]にした。このときの時刻tと変位xの関係はどうなるか。図２のグラフⅠ～Ⅲの中から、**最も適当なものを一つ**選べ。理由も簡潔に説明せよ。

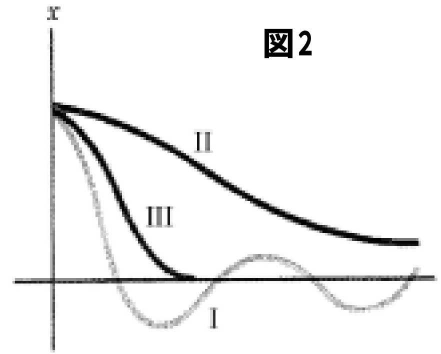


図2

（３）この液体に別な粘性の液体を混ぜると、振動が最も早く減衰するようになった。このときの液体の粘性抵抗係数b [Kg/s] の値を求めよ。

3. ばね定数k のばねの先端に質量m の粒子を取り付け、液体中にいれた。液体中で粒子は速度に比例する抵抗力を受ける（抵抗係数b ）。ばねの他端はモーターにつながるようにし、周期的な力 $F_0 \sin(\omega t)$ をばねに与えるようにした。以下の問に答よ。ただし、k, m, b, F_0 は定数とする。

（1）この粒子の変位をx として、粒子に対する運動方程式をかけ。

（2）この２階線形非斉次（同次）微分方程式は、外力の部分を0とおいた斉次方程式の一般解と、非斉次方程式の特殊解の和になる。しかし、現実的な物理系に適用する場合は特殊解のみを考えればよい。それはなぜか。簡単に説明せよ。

（3）特殊解を計算した結果、$x = \dfrac{F_0}{m} \dfrac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 b^2 / m^2}}$ ただし $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$, $\tan\varphi = \dfrac{\omega b / m}{(\omega^2 - \omega_0^2)}$ となった。

外力の振動数ωを変化させていくと、あるωでばねと外力が共振を起こした。そのときの**ωの値を求めよ**。

また、得られた共振振動数から考えて、外力とばね振動が**共振をおこさない条件**は何か。k, m, b を用いて表せ。

（4）ωを変化させたときの振幅の変化は図３の実線のようになった。ここで、粒子を入れている液体を変えて、より**抵抗の大きい液体**を用いて同じ運動をさせた。そのときのωと振幅の関係は図３の点線**(A)～(D)**のうち、どれに最も近いか。(A)～(D)の中から一つ選んでかけ。
（答だけでよい）

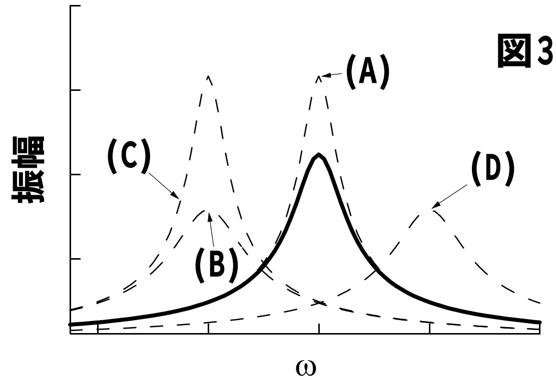


図3

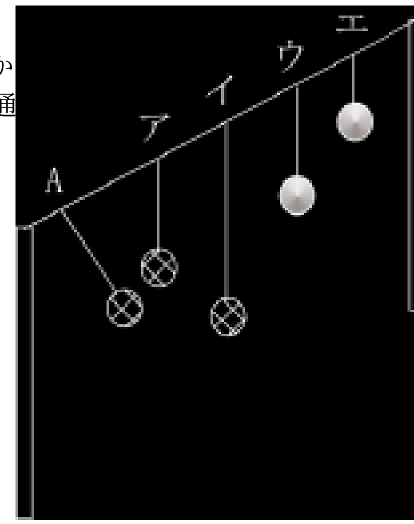
※以下の４は「誤算論」の問題をすべて終わらせてから取り組むこと。

４．右図４のように二本の柱に、ひもをぴんと伸ばして張り、そこからいくつか振り子がたらしてある。手前にあるAの振り子に横揺れを与えると、ひもを通そのゆれが他の振り子ア～エに伝わるようになっている。それぞれは

ア：Aと同じ長さ、同じおもさの振り子
イ：Aの２倍の長さ、同じおもさの振り子
ウ：Aと同じ長さ、Aの２倍のおもさの振り子
エ：Aの半分の長さ、Aの２倍のおもさの振り子

である。

Aに小さな横揺れを与えたとき、大きく動きだす振り子はどれか。
アからエの中から**すべて選んで書け**。またその理由も簡単に説明せよ。



ただし、長さl、重さmの振り子に微小なゆれをさせた場合の運動方程式は、振り子のふれる角度をθとすると

$$ml\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\theta$$

となることを使ってよい。（gは重力加速度）