

クラス          番号          名前

両面印刷。途中の計算を消さないこと。解答欄に答のみ記入されている場合は、減点する場合がある。

1 . 次の微分方程式を解け。ただし、未定の定数を  $C_1, C_2$  としてよい。

$$(1) \frac{d^2x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} + 2x = 0$$

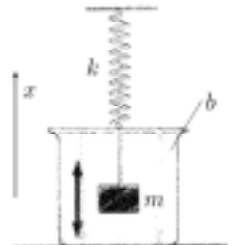
$$(2) \frac{d^2x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} + 2x = 5 \sin t$$

2 . 質量 1 Kg の物体を粘性のある液体中にいれ、ばね定数が 2 [N/m] のばねの一端にとりつけて振動させた(図 1 )。

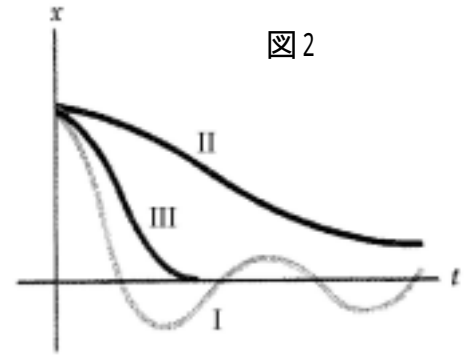
液体中で物体は、速度に比例する抵抗力  $-b \frac{dx}{dt}$  を受ける。物体の変移を  $x$  として、以下の問に答えよ  
(MKS 単位を用いること)。

図 1

(1) この物体の変位に対する運動方程式をかけ。



(2) 粘性の高い液体を用いて、粘性抵抗値を $b=2.5[\text{Kg/s}]$ にした。このときの時刻 $t$ と変位 $x$ の関係はどうなるか。図2のグラフ ~ の中から、最も適当なものを一つ選べ。理由も簡潔に説明せよ。



(3) この液体に別な粘性の液体を混ぜると、振動が最も早く減衰するようになった。このときの液体の粘性抵抗係数 $b [\text{Kg/s}]$ の値を求めよ。

3.ばね定数 $k$ のばねの先端に質量 $m$ の粒子を取り付け、液体中にいれた。液体中で粒子は速度に比例する抵抗力を受ける(抵抗係数 $b$ )。ばねの他端はモーターにつながるようにし、周期的な力 $F_0 \sin(\omega t)$ をばねに与えるようにした。以下の問に答よ。ただし、 $k, m, b, F_0$ は定数とする。

(1)この粒子の変位を $x$ として、粒子に対する運動方程式をかけ。

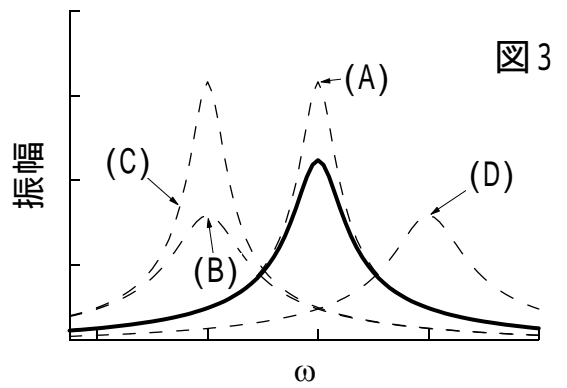
(2)この2階線形非斉次(同次)微分方程式は、外力の部分を0とおいた斉次方程式の一般解と、非斉次方程式の特殊解の和になる。しかし、現実的な物理系に適用する場合は特殊解のみを考えればよい。それはなぜか。簡単に説明せよ。

(3)特殊解を計算した結果、 $x = \frac{F_0}{m} \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 b^2 / m^2}}$  ただし  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,  $\tan \varphi = \frac{\omega b / m}{(\omega^2 - \omega_0^2)}$  となった。

外力の振動数  $\omega$  を変化させていくと、ある  $\omega$  でばねと外力が共振を起こした。そのときの  $\omega$  の値を求めよ。

また、得られた共振振動数から考えて、外力とばね振動が共振をおこさない条件は何か。 $k, m, b$  を用いて表せ。

- (4) を変化させたときの振幅の変化は図3の実線のようになった。ここで、粒子を入れている液体を変えて、より抵抗の大きい液体を用いて同じ運動をさせた。そのときの と振幅の関係は図3の点線(A)~(D)のうち、どれに最も近いが。(A)~(D)の中から一つ選んでかけ。  
(答だけでよい)



以下の4は「誤算論」の問題をすべて終わらせてから取り組むこと。

4. 右図4のように二本の柱に、ひもをぴんと伸ばして張り、そこからいくつか振り子がたらししてある。手前にあるAの振り子に横揺れを与えると、ひもを通りそのゆれが他の振り子ア~エに伝わるようになっている。それぞれは  
ア：Aと同じ長さ、同じおもさの振り子  
イ：Aの2倍の長さ、同じおもさの振り子  
ウ：Aと同じ長さ、Aの2倍のおもさの振り子  
エ：Aの半分の長さ、Aの2倍のおもさの振り子

である。

Aに小さな横揺れを与えたとき、大きく動きだす振り子はどれか。アからエの中からすべて選んで書け。またその理由も簡単に説明せよ。

ただし、長さ $l$ 、重さ $m$ の振り子に微小なゆれをさせた場合の運動方程式は、振り子のふれる角度を  $\theta$  とすると

$$ml \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg\theta$$

となることを使ってよい。(gは重力加速度)

